Finanzmanagement

Andreas Löffler

Gewichtete Kapitalkosten (WACC) in der Unternehmensbewertung

Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler, Lehrstuhl für Banken und Finanzierung, Universität Hannover, Königsworther Platz 1, 30169 Hannover. Email: AL@wacc.de.
Der Autor dankt dem Verein zur Förderung der Zusammenarbeit zwischen Lehre und Praxis am Finanzplatz Hannover e.V. für seine Unterstützung.

I. Einleitung

Es ist in der Literatur heute unstrittig, dass Steuern bei der Bewertung eines Unternehmens einen wichtigen Einfluss ausüben können und daher in eine Berechnung einzubeziehen sind. Bei der Frage, ob man sich denn nur auf die Firmensteuern oder auch auf die Personensteuern konzentrieren solle, scheiden sich allerdings die Geister[1]. Auch die Art und Weise, mit der denn die wichtigste Personensteuer, die Einkommensteuer, korrekt berücksichtigt wird, hat größere Kontroversen ausgelöst[2]. Im Fall der Firmensteuer scheint die Diskussion zu einem gewissen Konsens gelangt zu sein. Wenngleich das in diesem Zusammenhang behandelte Modell sehr abstrakt formuliert wird, so kann man doch mit einfachen Mitteln zeigen, dass die Steuersysteme der großen Industrienationen sich als Spezialfall dieses Modells behandeln lassen[3].

In der Literatur wird heute übereinstimmend festgestellt, dass die Art und Weise der Finanzierungspolitik (Verschuldungspolitik) einen Einfluss auf den Unternehmenswert hat; je nach verwendeter Finanzierungspolitik bieten sich verschiedene Rechenverfahren an, mit denen der Unternehmenswert ermittelt wird[4]. Es haben sich dabei zwei typische Verschuldungspolitiken herausgebildet, die in der Literatur genauer betrachtet wurden. Wir bezeichnen sie mit autonomer und wertorientierter Finanzierung[5]. Bei der autonomen Finanzierung stehen bereits heute die zukünftigen Fremdkapitalmengen fest, als Rechenverfahren empfiehlt sich die APV-Formel. Bei der wertorientierten Finanzierung sind dagegen heute die zukünftigen Fremdkapitalquoten bekannt. Es zeigt sich, dass in diesem Fall zukünftige Steuervorteile aus der Fremdfinanzierung unsicher sind und deshalb anders als bei der autonomen Finanzierung behandelt werden müssen. *Miles* und *Ezzell* waren die ersten, die diese Besonderheit erkannten und ein eigenes Rechenverfahren (WACC) vorschlugen[6]. Dieses Verfahren ist in der Praxis heute weit verbreitet und wegen seiner Anschaulichkeit sehr beliebt. Nahezu jedes (deutsche und angelsächsische) Lehrbuch der Finanzierung verwendet ein eigenes Kapitel, um die gewichteten Kapitalkosten dazustellen.

Der Autor hat in einer anderen Arbeit vor kurzem ein einfaches Gegenbeispiel vorgestellt, bei dem diese WACC-Gleichung auf einen falschen Unternehmenswert führt[7]. Es handelt sich dabei um ein Drei-Zeitpunkte-Modell, bei dem ein Investor eine Arbitragegelegenheit konstruieren kann, wenn er die Miles-Ezzell-Formel benutzt. Die Voraussetzungen der von *Miles* und *Ezzell* unterstellten Theorie sind allesamt erfüllt[8].

Ein aufmerksamer Leser des Gegenbeispiels kann erkennen, dass die WACC-Gleichung von *Miles* und *Ezzell* zwar auf ein falsches Ergebnis führt, dieses aber nur weniger als ein Prozent vom (auf völlig anderem Wege zu errechnenden) richtigen Unternehmenswert entfernt ist. Daher könnte ein in der Praxis tätiger Berater dieses Gegenbeispiel mit den Worten abtun, es sei zwar ein Gegenbeispiel, der Fehler wäre jedoch vernachlässigbar klein und also irrelevant. „Im Prinzip" führe der Miles-Ezzell-Weg schon auf das fast richtige Ergebnis. Dieser Sichtweise darf man sich aus zwei Gründen nicht anschließen:

1. In dem genannten Gegenbeispiel liegt der Fehler in einer Größenordnung unter einem Prozent. Allerdings lebt die Firma in diesem Beispiel ganze zwei Jahre. Woher weiß man, dass bei länger lebenden Unternehmen der Fehler nicht eine wesentlich höhere Größenordnung erreicht?
2. In dem genannten Gegenbeispiel wird zudem durch die falsche WACC-Gleichung eine Arbitragegelegenheit konstruiert. Das bedeutet, dass ein Investor ohne Einsatz eigener finanzieller Mittel beliebig hohe sichere Gewinne erzielen kann. Ein theoriegeleiteter Berater aber kann mit nicht-arbitragefreien Modell unmöglich leben, gleichgültig ob der Bewertungsfehler groß oder klein ist.

Es bleibt nur der Schluss zu ziehen, dass die WACC-Formel auf ein falsches Ergebnis führt. In dieser Arbeit soll diskutiert werden, ob dieses Gegenbeispiel zur völligen Abkehr vom WACC-Ansatz führen muss oder ob (unter eventuell einschränkenden Voraussetzungen) die Arbitragegelegenheit beseitigt und damit die WACC-Gleichung doch noch verwendet werden kann. Zu diesem Zweck wird im nächsten Abschnitt das Gegenbeispiel noch einmal vorgestellt, im dritten Abschnitt wird gezeigt, unter welchen zusätzlichen Annahmen es nicht mehr möglich ist, die Arbitragegelegenheit zu konstruieren.

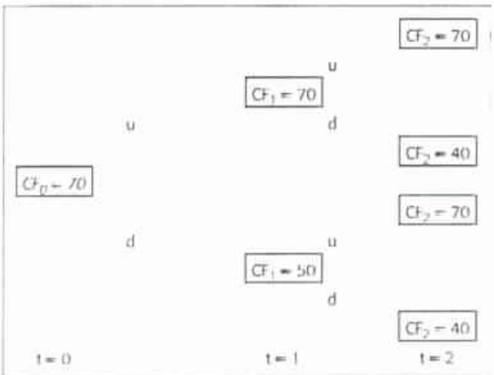
1) *Siehe Laitenberger, FB 2000 S. 546-550, sowie Ollmann/Richter, in: FS Lutz Fischer, 1999, S. 159-178.*
2) *Siehe Löffler, FB 2001 S. 593-594.*
3) *Siehe Husmann/Kruschwitz/Löffler, Diskussionspapiere der Universität Hannover Nr. 240 (2001), im Internet unter http://www.wacc.info.*
4) *Siehe Wallmeier, ZfB 1999 S. 1473-1490.*
5) *Siehe Kruschwitz/Löffler, in: Seicht (Hrsg.), Jahrbuch für Controlling und Rechnungswesen, 2001, S. 101-116.*
6) *Dieses Verfahren findet sich bereits bei Modigliani und Miller, es taucht in der heute verwendeten Form allerdings zum ersten Mal bei Miles/Ezzell (Journal of Financial and Quantitative Analysis 1980 S. 719-730) auf.*
7) *Siehe Löffler, Diskussionspapiere der Universität Hannover Nr. 248 (2001), im Internet unter http://papers.ssrn.com/paper.taf?abstract_id = 286395. In der Arbeit wird beim Gegenbeispiel der US-amerikanische Körperschaftsteuersatz von 34% verwendet, unser Gegenbeispiel nutzt einen Steuersatz von 25%.*
8) *Die WACC-Formel von Modigliani und Miller bietet keinen Ausweg, weil deren Anwendungsvoraussetzungen nicht erfüllt sind. Auch hier würde man ebenfalls einen Fehler begehen.*

II. Ein Gegenbeispiel zum WACC-Ansatz

1. Die unverschuldete Unternehmung

Wir betrachten eine unsichere Welt mit zwei zukünftigen Zeitpunkten $t = 1$ und $t = 2$. Eine vollständig eigenfinanzierte Kapitalgesellschaft möge in diesen beiden zukünftigen Zeitpunkten Cash-flows erwirtschaften. Da die Cash-flows unsicher sind, verwenden wir zur Darstellung einen Binomialbaum: es kann in jedem Zeitpunkt zwei mögliche weitere Entwicklungen geben. Es hat sich in der Literatur eingebürgert, diese beiden Zustände mit den Variablen u (für up) und d (für down) zu bezeichnen, wenngleich sich die Werte für die Cash-flows nicht in allen Fällen tatsächlich erhöhen oder senken. Die zukünftigen Cash-flows der unverschuldeten Unternehmung sind wie in Abb. 1 dargestellt[9]. Es handelt sich um Cash-flows, bei denen bereits die Körperschaftsteuer in Abzug gebracht wurde. Im ersten Jahr wird entweder 70 oder 50 gezahlt; im zweiten Jahr wird entweder 70 oder 40 gezahlt. Wir nehmen des weiteren an, dass die u- und d-Bewegungen mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Abb. 1: Cash-flows der unverschuldeten Unternehmung



Anhand dieser Daten können wir den Wert der unverschuldeten Unternehmung sofort ermitteln. Wir gehen davon aus, dass der risikolose Zins gerade $r_f = 5\%$ und die Kapitalkosten $k = 10\%$ sind. Beide Zahlen wurden der Einfachheit halber glatt gewählt. Da die Kapitalkosten die Opportunitätskosten am Kapitalmarkt beschreiben, sind sie nicht um die Körperschaftsteuer zu kürzen. Auf die Einbeziehung einer Einkommensteuer verzichten wir, da es uns nur um Probleme im Zusammenhang mit dem WACC-Ansatz geht. Die Erwartungswerte der (Nach-Steuer)Cash-flows in den beiden zukünftigen Jahren sind

$$E[FC_1] = \frac{1}{2}\cdot 70 + \frac{1}{2}\cdot 50 = 60$$
$$E[CF_2] = \frac{1}{2}\cdot 70 + \frac{1}{2}\cdot 40 = 55 \qquad (1.1)$$

Daraus folgt der Unternehmenswert der unverschuldeten Firma

$$V_0^U = \frac{E[CF_1]}{1+k} + \frac{E[CF_2]}{(1+k)^2} = 100 \qquad (1.2)$$

Wir benötigen für spätere Überlegungen noch den Wert der unverschuldeten Unternehmung im nächsten Zeitpunkt. Wir erhalten

$$V_1^U = \frac{E[CF_2]}{1+k} = 50 \qquad (1.3)$$

Da in der verschuldeten Unternehmung Zinsen bei der Körperschaftsteuer abzugsfähig sind, kommt es zu einem Steuervorteil aus der Fremdfinanzierung. Wir wollen uns nun der Ermittlung dieses Steuervorteils zuwenden.

2. Die verschuldete Unternehmung und die Arbitragegelegenheit

Jetzt betrachten wir eine Unternehmung, die sich anteilig mit Fremdkapital finanziert. Dieses Fremdkapital sei sicher. Wir unterstellen, dass die verschuldete Unternehmung eine Fremdkapitalquote von $f = 57{,}234\,\%$ hat. Dieser ungerade Zahlenwert wurde mit Absicht gewählt, damit der Wert der verschuldeten Unternehmung wieder eine ganze Zahl wird (siehe unten). Die Fremdkapitalquote bleibt über die Laufzeit der Unternehmung konstant. Der Körperschaftsteuersatz ist $s = 25\%$. Um den Wert der verschuldeten Unternehmung zu bestimmen, verwenden wir die Theorie von Miles-Ezzell. In einem ersten Schritt sind dabei die Kapitalkosten der unverschuldeten Unternehmung mit den durchschnittlichen Kapitalkosten der verschuldeten Unternehmung in Beziehung zu setzen. *Miles* und *Ezzell* behaupten, beide Kapitalkosten würden durch folgende formale Beziehung (auch Miles-Ezzell-Anpassung genannt) ineinander umgerechnet werden können[10].

$$WACC = (1+k)\cdot\left(1-\frac{s\cdot r_f}{1+r_f}\cdot f\right)-1 \qquad (1.4)$$

Setzen wir die gegebenen Daten ein, so ergibt sich ein Wert für die durchschnittlichen Kapitalkosten i.H.v.

$$WACC = (1+10\%)\cdot\left(1-\frac{25\%\cdot 5\%}{1-5\%}\cdot 57{,}234\,\%\right)-1$$
$$= 9{,}2505071\,\%$$

Nach *Miles* und *Ezzell* sind nun die Cash-flows der unverschuldeten Unternehmung mit diesen durchschnittlichen Kapitalkosten zu diskontieren, das Ergebnis ist der Wert der verschuldeten Unternehmung. Wir erhalten[11]

$$V_0^L = \frac{E[CF_1]}{1+WACC} + \frac{E[CF_2]}{(1+WACC)^2} \approx 101 \qquad (1.5)$$

Würde man der Idee der gewichteten Kapitalkosten nach *Miles* und *Ezzell* folgen, so wäre das Unternehmen genau 101 Geldeinheiten

9) *Der Cash-flow des Zeitpunkts t = 0 ist für die Bewertung des Unternehmens irrelevant. Er ist daher kursiv gedruckt.*
10) Siehe Miles/Ezzell, a.a.O. (Fn. 7), S. 726.
11) Die Berechnungen wurden ursprünglich mit Excel durchgeführt. Damit der Wert der verschuldeten Unternehmung bis auf sieben Stellen nach dem Komma 101 ergibt, muss der Verschuldungsgrad auf zehn Stellen nach dem Komma präzise gewählt werden. Auf diese Genauigkeiten wurde bei der Darstellung des Gegenbeispiels verzichtet.

Andreas Löffler

Gewichtete Kapitalkosten (WACC) in der Unternehmensbewertung

Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler, Lehrstuhl für Banken und Finanzierung, Universität Hannover, Königsworther Platz 1, 30169 Hannover. Email: AL@wacc.de.
Der Autor dankt dem Verein zur Förderung der Zusammenarbeit zwischen Lehre und Praxis am Finanzplatz Hannover e.V. für seine Unterstützung.

I. Einleitung

Es ist in der Literatur heute unstrittig, dass Steuern bei der Bewertung eines Unternehmens einen wichtigen Einfluss ausüben können und daher in eine Berechnung einzubeziehen sind. Bei der Frage, ob man sich denn nur auf die Firmensteuern oder auch auf die Personensteuern konzentrieren solle, scheiden sich allerdings die Geister[1]. Auch die Art und Weise, mit der denn die wichtigste Personensteuer, die Einkommensteuer, korrekt berücksichtigt wird, hat größere Kontroversen ausgelöst[2]. Im Fall der Firmensteuer scheint die Diskussion zu einem gewissen Konsens gelangt zu sein. Wenngleich das in diesem Zusammenhang behandelte Modell sehr abstrakt formuliert wird, so kann man doch mit einfachen Mitteln zeigen, dass die Steuersysteme der großen Industrienationen sich als Spezialfall dieses Modells behandeln lassen[3].

In der Literatur wird heute übereinstimmend festgestellt, dass die Art und Weise der Finanzierungspolitik (Verschuldungspolitik) einen Einfluss auf den Unternehmenswert hat; je nach verwendeter Finanzierungspolitik bieten sich verschiedene Rechenverfahren an, mit denen der Unternehmenswert ermittelt wird[4]. Es haben sich dabei zwei typische Verschuldungspolitiken herausgebildet, die in der Literatur genauer betrachtet wurden. Wir bezeichnen sie mit autonomer und wertorientierter Finanzierung[5]. Bei der autonomen Finanzierung stehen bereits heute die zukünftigen Fremdkapitalmengen fest, als Rechenverfahren empfiehlt sich die APV-Formel. Bei der wertorientierten Finanzierung sind dagegen heute die zukünftigen Fremdkapitalquoten bekannt. Es zeigt sich, dass in diesem Fall zukünftige Steuervorteile aus der Fremdfinanzierung unsicher sind und deshalb anders als bei der autonomen Finanzierung behandelt werden müssen. *Miles* und *Ezzell* waren die ersten, die diese Besonderheit erkannten und ein eigenes Rechenverfahren (WACC) vorschlugen[6]. Dieses Verfahren ist in der Praxis heute weit verbreitet und wegen seiner Anschaulichkeit sehr beliebt. Nahezu jedes (deutsche und angelsächsische) Lehrbuch der Finanzierung verwendet ein eigenes Kapitel, um die gewichteten Kapitalkosten dazustellen.

Der Autor hat in einer anderen Arbeit vor kurzem ein einfaches Gegenbeispiel vorgestellt, bei dem diese WACC-Gleichung auf einen falschen Unternehmenswert führt[7]. Es handelt sich dabei um ein Drei-Zeitpunkte-Modell, bei dem ein Investor eine Arbitragegelegenheit konstruieren kann, wenn er die Miles-Ezzell-Formel benutzt. Die Voraussetzungen der von *Miles* und *Ezzell* unterstellten Theorie sind allesamt erfüllt[8].

Ein aufmerksamer Leser des Gegenbeispiels kann erkennen, dass die WACC-Gleichung von *Miles* und *Ezzell* zwar auf ein falsches Ergebnis führt, dieses aber nur weniger als ein Prozent vom (auf völlig anderem Wege zu errechnenden) richtigen Unternehmenswert entfernt ist. Daher könnte ein in der Praxis tätiger Berater dieses Gegenbeispiel mit den Worten abtun, es sei zwar ein Gegenbeispiel, der Fehler wäre jedoch vernachlässigbar klein und also irrelevant. „Im Prinzip" führe der Miles-Ezzell-Weg schon auf das fast richtige Ergebnis. Dieser Sichtweise darf man sich aus zwei Gründen nicht anschließen:

1. In dem genannten Gegenbeispiel liegt der Fehler in einer Größenordnung unter einem Prozent. Allerdings lebt die Firma in diesem Beispiel ganze zwei Jahre. Woher weiß man, dass bei länger lebenden Unternehmen der Fehler nicht eine wesentlich höhere Größenordnung erreicht?
2. In dem genannten Gegenbeispiel wird zudem durch die falsche WACC-Gleichung eine Arbitragegelegenheit konstruiert. Das bedeutet, dass ein Investor ohne Einsatz eigener finanzieller Mittel beliebig hohe sichere Gewinne erzielen kann. Ein theoriegeleiteter Berater aber kann mit nicht-arbitragefreien Modell unmöglich leben, gleichgültig ob der Bewertungsfehler groß oder klein ist.

Es bleibt nur der Schluss zu ziehen, dass die WACC-Formel auf ein falsches Ergebnis führt. In dieser Arbeit soll diskutiert werden, ob dieses Gegenbeispiel zur völligen Abkehr vom WACC-Ansatz führen muss oder ob (unter eventuell einschränkenden Voraussetzungen) die Arbitragegelegenheit beseitigt und damit die WACC-Gleichung doch noch verwendet werden kann. Zu diesem Zweck wird im nächsten Abschnitt das Gegenbeispiel noch einmal vorgestellt, im dritten Abschnitt wird gezeigt, unter welchen zusätzlichen Annahmen es nicht mehr möglich ist, die Arbitragegelegenheit zu konstruieren.

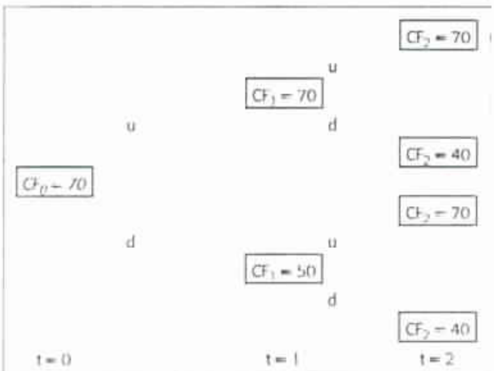
1) *Siehe Laitenberger, FB 2000 S. 546-550, sowie Ollmann/Richter, in: FS Lutz Fischer, 1999, S. 159-178.*
2) *Siehe Löffler, FB 2001 S. 593-594.*
3) *Siehe Husmann/Kruschwitz/Löffler, Diskussionspapiere der Universität Hannover Nr. 240 (2001), im Internet unter http://www.wacc.info.*
4) *Siehe Wallmeier, ZfB 1999 S.1473-1490.*
5) *Siehe Kruschwitz/Löffler, in: Seicht (Hrsg.), Jahrbuch für Controlling und Rechnungswesen, 2001, S. 101-116.*
6) *Dieses Verfahren findet sich bereits bei Modigliani und Miller, es taucht in der heute verwendeten Form allerdings zum ersten Mal bei Miles/Ezzell (Journal of Financial and Quantitative Analysis 1980 S. 719-730) auf.*
7) *Siehe Löffler, Diskussionspapiere der Universität Hannover Nr. 248 (2001), im Internet unter http://papers.ssrn.com/paper.taf?abstract_id = 286395. In der Arbeit wird beim Gegenbeispiel der US-amerikanische Körperschaftsteuersatz von 34% verwendet, unser Gegenbeispiel nutzt einen Steuersatz von 25%.*
8) *Die WACC-Formel von Modigliani und Miller bietet keinen Ausweg, weil deren Anwendungsvoraussetzungen nicht erfüllt sind. Auch hier würde man ebenfalls einen Fehler begehen.*

II. Ein Gegenbeispiel zum WACC-Ansatz

1. Die unverschuldete Unternehmung

Wir betrachten eine unsichere Welt mit zwei zukünftigen Zeitpunkten $t = 1$ und $t = 2$. Eine vollständig eigenfinanzierte Kapitalgesellschaft möge in diesen beiden zukünftigen Zeitpunkten Cash-flows erwirtschaften. Da die Cash-flows unsicher sind, verwenden wir zur Darstellung einen Binomialbaum: es kann in jedem Zeitpunkt zwei mögliche weitere Entwicklungen geben. Es hat sich in der Literatur eingebürgert, diese beiden Zustände mit den Variablen u (für up) und d (für down) zu bezeichnen, wenngleich sich die Werte für die Cash-flows nicht in allen Fällen tatsächlich erhöhen oder senken. Die zukünftigen Cash-flows der unverschuldeten Unternehmung sind wie in Abb. 1 dargestellt[9]. Es handelt sich um Cash-flows, bei denen bereits die Körperschaftsteuer in Abzug gebracht wurde. Im ersten Jahr wird entweder 70 oder 50 gezahlt; im zweiten Jahr wird entweder 70 oder 40 gezahlt. Wir nehmen des weiteren an, dass die u- und d-Bewegungen mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Abb. 1: Cash-flows der unverschuldeten Unternehmung



Anhand dieser Daten können wir den Wert der unverschuldeten Unternehmung sofort ermitteln. Wir gehen davon aus, dass der risikolose Zins gerade $r_f = 5\%$ und die Kapitalkosten $k = 10\%$ sind. Beide Zahlen wurden der Einfachheit halber glatt gewählt. Da die Kapitalkosten die Opportunitätskosten am Kapitalmarkt beschreiben, sind sie nicht um die Körperschaftsteuer zu kürzen. Auf die Einbeziehung einer Einkommensteuer verzichten wir, da es uns nur um Probleme im Zusammenhang mit dem WACC-Ansatz geht. Die Erwartungswerte der (Nach-Steuer)Cash-flows in den beiden zukünftigen Jahren sind

$$
\begin{aligned}
E[FC_1] &= \frac{1}{2}\cdot 70 + \frac{1}{2}\cdot 50 = 60 \\
E[CF_2] &= \frac{1}{2}\cdot 70 + \frac{1}{2}\cdot 40 = 55
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

Daraus folgt der Unternehmenswert der unverschuldeten Firma

$$V_0^U = \frac{E[CF_1]}{1+k} + \frac{E[CF_2]}{(1+k)^2} = 100 \tag{1.2}$$

Wir benötigen für spätere Überlegungen noch den Wert der unverschuldeten Unternehmung im nächsten Zeitpunkt. Wir erhalten

$$V_1^U = \frac{E[CF_2]}{1+k} = 50 \tag{1.3}$$

Da in der verschuldeten Unternehmung Zinsen bei der Körperschaftsteuer abzugsfähig sind, kommt es zu einem Steuervorteil aus der Fremdfinanzierung. Wir wollen uns nun der Ermittlung dieses Steuervorteils zuwenden.

2. Die verschuldete Unternehmung und die Arbitragegelegenheit

Jetzt betrachten wir eine Unternehmung, die sich anteilig mit Fremdkapital finanziert. Dieses Fremdkapital sei sicher. Wir unterstellen, dass die verschuldete Unternehmung eine Fremdkapitalquote von $f = 57{,}234\,\%$ hat. Dieser ungerade Zahlenwert wurde mit Absicht gewählt, damit der Wert der verschuldeten Unternehmung wieder eine ganze Zahl wird (siehe unten). Die Fremdkapitalquote bleibt über die Laufzeit der Unternehmung konstant. Der Körperschaftsteuersatz ist $s = 25\%$. Um den Wert der verschuldeten Unternehmung zu bestimmen, verwenden wir die Theorie von Miles-Ezzell. In einem ersten Schritt sind dabei die Kapitalkosten der unverschuldeten Unternehmung mit den durchschnittlichen Kapitalkosten der verschuldeten Unternehmung in Beziehung zu setzen. *Miles* und *Ezzell* behaupten, beide Kapitalkosten würden durch folgende formale Beziehung (auch Miles-Ezzell-Anpassung genannt) ineinander umgerechnet werden können[10].

$$WACC = (1+k)\cdot\left(1 - \frac{s\cdot r_f}{1+r_f}\cdot f\right) - 1 \tag{1.4}$$

Setzen wir die gegebenen Daten ein, so ergibt sich ein Wert für die durchschnittlichen Kapitalkosten i.H.v.

$$
\begin{aligned}
WACC &= (1+10\%)\cdot\left(1 - \frac{25\%\cdot 5\%}{1-5\%}\cdot 57{,}234\%\right) - 1 \\
&= 9{,}2505071\%
\end{aligned}
$$

Nach *Miles* und *Ezzell* sind nun die Cash-flows der unverschuldeten Unternehmung mit diesen durchschnittlichen Kapitalkosten zu diskontieren, das Ergebnis ist der Wert der verschuldeten Unternehmung. Wir erhalten[11]

$$V_0^L = \frac{E[CF_1]}{1+WACC} + \frac{E[CF_2]}{(1+WACC)^2} = 101 \tag{1.5}$$

Würde man der Idee der gewichteten Kapitalkosten nach *Miles* und *Ezzell* folgen, so wäre das Unternehmen genau 101 Geldeinheiten

9) *Der Cash-flow des Zeitpunkts t = 0 ist für die Bewertung des Unternehmens irrelevant. Er ist daher kursiv gedruckt.*

10) Siehe Miles/Ezzell, a.a.O. (Fn. 7), S. 726.

11) Die Berechnungen wurden ursprünglich mit Excel durchgeführt. Damit der Wert der verschuldeten Unternehmung bis auf sieben Stellen nach dem Komma 101 ergibt, muss der Verschuldungsgrad auf zehn Stellen nach dem Komma präzise gewählt werden. Auf diese Genauigkeiten wurde bei der Darstellung des Gegenbeispiels verzichtet.

Wert. Jetzt aber gelingt es uns, am Kapitalmarkt eine Arbitragegelegenheit zu konstruieren. Dies macht die bisher verwendete Gleichung (1.4) zunichte. Um die Arbitragegelegenheit zu konstruieren nehmen wir an, dass sowohl das unverschuldete als auch das verschuldete Unternehmen am Kapitalmarkt gehandelt werden[12].

Zu diesem Zweck kaufen wir am Kapitalmarkt das verschuldete Unternehmen zum errechneten Preis von 101. Gleichzeitig verkaufen wir das unverschuldete Unternehmen (short sale) und leihen eine Geldeinheit am Kapitalmarkt. Beim Kauf wurden 101 Geldeinheiten gezahlt, beim Verkauf der unverschuldeten Unternehmung erhielten wir 100 und eine Geldeinheit wurde am Kapitalmarkt geborgt: damit hat unser Investor im Zeitpunkt null ein ausgeglichenes Budget. Er muss weder Zahlungen leisten noch fließen ihm Gelder zu.

Welche Zahlungsströme ergeben sich für den Arbitrageur im Zeitpunkt t = 1? Er hält die unverschuldete Unternehmung short, die verschuldete long. Das bedeutet, dass er die Dividende (Cash-flow) des Zeitpunkts t = 1 erhält und sofort dem Käufer der unverschuldeten Unternehmung durchreicht. Allerdings erhält er neben dem Cash-flow des verschuldeten Unternehmens das tax shield: das verschuldete Unternehmen realisiert durch das vorhandene Fremdkapital einen Steuervorteil, und dieser Steuervorteil steht ihm zu. Wie hoch ist dieser Steuervorteil?

Der Steuervorteil der verschuldeten Unternehmung errechnet sich aus dem Produkt von Steuersatz und Zinszahlung des Zeitpunkts t = 1. Die Zinszahlung in t = 1 wiederum ergibt sich aus dem Produkt aus Zinssatz und Höhe des Fremdkapitals der Vorperiode. Die Höhe des Fremdkapitals der Vorperiode bestimmt sich aus dem Produkt aus dem gesamten Unternehmenswert und der Fremdkapitalquote, die zu Beginn dieses Abschnittes festgelegt wurde. Wir erhalten für das tax shield im ersten Zeitpunkt den Betrag

$$\textit{tax shield}_1 = s \cdot r_f \cdot f \cdot V_0^L \approx 0{,}722579 \qquad (1.6)$$

Der Arbitrageur erhält also zusätzlich einen Steuervorteil i.H.v. 0,722579. Des Weiteren zahlt er seinen Kredit aus der Vorperiode i.H.v. 1,05 zurück. Die Differenz von etwa 0,327421 möge sich der Investor wieder am Kapitalmarkt leihen. Wie bereits im Zeitpunkt null hat unser Arbitrageur ein ausgeglichenes Budget: Er muss weder Zahlungen leisten noch fließen ihm Gelder zu.

Kommen wir nun zum letzten Zeitpunkt t = 2. Hier wird sich endlich erweisen, dass das Konzept der gewichteten Kapitalkosten (WACC) nicht zum korrekten Unternehmenswert führt. Zuerst erhält er wieder den Steuervorteil aus der Fremdfinanzierung, der sich analog zur Gleichung ermittelt

$$\textit{tax shield}_2 = s \cdot r_f \cdot f \cdot V_1^L \qquad (1.7)$$

Allerdings benötigen wir an dieser Stelle Kenntnisse über den Wert des verschuldeten Unternehmens im Zeitpunkt t = 1, da dieser Wert die Höhe des dann verfügbaren Fremdkapitals (und damit des Steuervorteils in t = 2) determiniert. Um diesen Wert zu bestimmen, sind etwas umfangreichere Überlegungen notwendig.

Der Wert der unverschuldeten Unternehmung im Zeitpunkt t = 1 unterscheidet sich von der verschuldeten Unternehmung durch den Steuervorteil aus der Fremdfinanzierung, der eine Periode später realisiert wird. Da die Höhe des Fremdkapitals in t = 1 bereits bekannt ist, sind auch die Zinszahlungen und damit die Steuervorteile eine Periode später bekannt und also sicher. Damit ergibt sich für den Wert der verschuldete Firma in t = 1 folgender Zusammenhang

$$V_1^L = V_1^U + \frac{\overbrace{s \cdot r_f \cdot f \cdot V_1^L}^{\textit{tax shield in } t=2}}{1 + r_f} \qquad (1.8)$$

Dies ist eine Gleichung in einer Unbekannten. Auflösen nach dem gesuchten Unternehmenswert und Einsetzen der bekannten oder berechneten Größen ergibt

$$V_1^L = \frac{V_1^U}{1 - \frac{s \cdot r_f \cdot f}{1 + r_f}} \approx 50{,}34302 \qquad (1.9)$$

Mit diesem Ergebnis und Gleichung ergibt sich ein Steuervorteil im Zeitpunkt t = 2 i.H.v.

$$\textit{tax shield}_2 \approx 0{,}360166 \qquad (1.10)$$

Jetzt offenbart sich uns der Sinn der Strategie des Arbitrageurs. Im Zeitpunkt t = 2 erhält er einen Steuervorteil i.H.v. 0,360166. Gleichzeitig zahlt er seine Schulden aus der risikolosen Geldanlage der Vorperiode von

$$0{,}327421 \cdot 1{,}05 \approx 0{,}34379205.$$

Damit verbleibt ihm offensichtlich ein positiver Betrag i.H. von mehr als 0,016 zur freien Verfügung. Dieser Betrag verbleibt unabhängig davon, welcher zukünftige Zustand sich einstellt: er ist sicher. Das bedeutet: der Investor realisiert ohne eigene finanziellen Mittel einen sicheren Gewinn im Zeitpunkt t = 2. Das ist eine Arbitragegelegenheit, und wir können davon ausgehen, dass derartige Gelegenheiten an funktionierenden Kapitalmärkten nicht bestehen dürfen. Wir haben in unserer Rechnung offensichtlich einen Fehler gemacht, und dieser Fehler bestand in der Anwendung des WACC-Ansatzes (1.4).

III. Wie weiter?

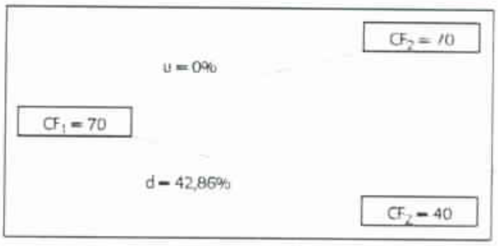
Wir haben im vorigen Abschnitt anhand eines Gegenbeispiels gezeigt, dass die Anwendung des Konzepts der gewichteten Kapitalkosten

12) Diese Annahme ist eine Einschränkung. Sollte allerdings diese Annahme nicht erfüllt sein, so heißt das keinesfalls, dass nun die Miles-Ezzell-Gleichung richtig ist. Es ist nur nicht möglich, mit den beiden genannten Titeln die Arbitrage zu konstruieren – man muss sich in diesem Fall anderer Wertpapiere bedienen. Die Miles-Ezzell-Formel bleibt falsch.

(WACC) nach *Miles* und *Ezzell* zu einer Arbitragegelegenheit führen kann. In diesem Abschnitt soll die Frage diskutiert werden, ob die Idee von *Miles* und *Ezzell* gänzlich zu verwerfen ist oder aber unter gewissen Voraussetzungen doch zu einem sinnvollen Ergebnis führt.

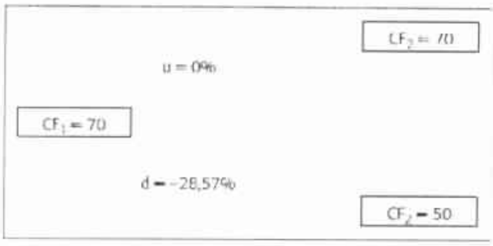
Leider sind die formalen Beweise, die den nun folgenden Ausführungen zugrunde liegen, sehr aufwändig und komplex. Daher werden wir uns mit einfachen Veranschaulichungen begnügen und unsere Behauptungen an dieser Stelle nicht beweisen. Versuchen wir zuerst zu verstehen, warum die Miles-Ezzell-Anpassungsformel auf ein falsches Ergebnis führt. Zu diesem Zweck ermitteln wir die bereits in Abb. 1 erwähnten Wachstumsfaktoren für die Cash-flows. Beginnen wir mit dem oberen Zustand im Zeitpunkt t = 1. Wenn sich der obere Zustand eingestellt hat, so sind zwei zukünftige Zustände in t = 2 denkbar:

Abb. 2a: Cash-flows im Zeitpunkt t = 2



Im Zeitpunkt t = 0 dagegen sind die folgenden Wachstumsraten möglich:

Abb. 2b: Cash-flows im Zeitpunkt t = 1



Das Beispiel zeigt uns, dass das Wachstum der Cash-flows offensichtlich vom Zeitpunkt abhängig ist. Eine derartige Annahme wird auch ökonomisch plausibel sein. Sollte etwa der Cash-flow einer Unternehmung in den nächsten Jahren durch schwierige Rahmenbedingungen sinken, so werden wir in einer später ein wesentlich schwächeres Wachstum erwarten als etwa zu Beginn einer Expansionphase. Die Wachstumsraten u und d sind zeit- und eventuell auch zustandsabhängig.

Und genau diese Besonderheit führt dazu, dass die Theorie der gewichteten Kapitalkosten nicht angewendet werden kann: Damit die Miles-Ezzell-Anpassungsformel richtige Ergebnisse liefert, muss in einem Binomialmodell das Verhältnis der Wachstumsfaktoren u und d in jedem beliebigen Knoten konstant sein

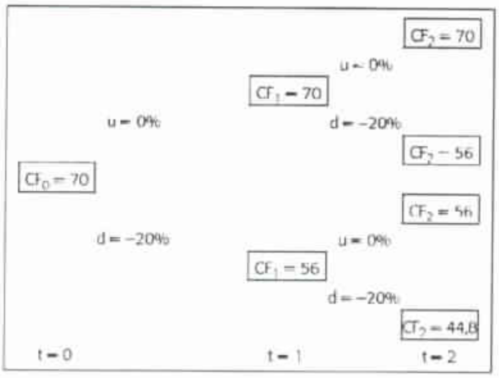
$$\frac{1+u}{1+d} = const.$$

Das heißt, bei festgelegtem u = 0% gilt entweder d = -42,86%, dann passt aber der Wert für den Cash-flow CF_1 in der Abb. 2b nicht. Oder aber es gilt d = -28,57%, dann passt aber der Wert für den Cash-flow CF_2 in der Abb. 2a nicht usw. Wird von dieser Annahme abgewichen, so führt die Theorie der gewichteten Kapitalkosten auf unsinnige Ergebnisse[13].

Die von uns getroffene Annahme unterstellt nicht, dass die Wachstumsfaktoren selbst in allen Zuständen und Zeitpunkten konstant sind. Vielmehr darf sich nur ihr Verhältnis zueinander nicht verändern. So können sich sowohl 1 + u als auch 1 + d durch die Wahl der Wachstumsfaktoren in einem beliebigen Zeitpunkt beispielsweise verdoppeln, und der Ansatz von *Miles* und *Ezzell* bleibt anwendbar. Wichtig ist nur die Konstanz ihres Verhältnisses.

Um unsere Aussage zu verdeutlichen, werden wir in unserem Beispiel die Wachstumsfaktoren ändern und dafür Sorge tragen, dass sie zeit- und zustandsunabhängig sind. Dann prüfen wir, ob die Arbitragegelegenheit weiter gegeben ist. Wir wählen als einheitlicher Faktor der Aufwärtsbewegung u = 0% und als einheitlichen Faktor für die Abwärtsbewegung d = -20% (die Ergebnisse werden nicht von der speziellen Wahl dieser beiden Zahlen abhängig sein). Für die Cash-flows ergibt sich dann folgendes Bild

Abb. 3: Cash-flows der unverschuldeten Unternehmung



Wiederholen wir die Berechnungen des zweiten Abschnitts, so erhalten wir für die Unternehmenswerte der unverschuldeten Firma

$$\begin{aligned} V_0^U &= 104{,}13223 \\ V_1^U(up) = 57{,}27273, \quad & V_1^U(down) = 45{,}81818 \end{aligned} \qquad (1.12)$$

Die Fremdkapitalquote der verschuldeten Unternehmung und die durchschnittlichen Kapitalkosten bleiben gleich. Der Unternehmenswert der verschuldeten Firma ergäbe sich nach Anwendung der Anpassungsgleichung von *Miles* und *Ezzell*

$$V_0^L = 105{,}170288 \qquad (1.13)$$

Wollen wir nun eine Arbitragegelegenheit wie bei unserem Vorgehen im vorigen Abschnitt

13) *Dies kann anhand des Beispiels nur verdeutlicht, nicht aber bewiesen werden. Zum Beweis s. Löffler, a.a.O. (Fn. 8). Die dort getroffene Annahme $E[CF_{t+1} - CF_t\, F_t] = g_t CF_t$ stimmt im Binomialmodell gerade mit der Forderung überein, dass das Verhältnis der Wachstumsfaktoren konstant ist.*

konstruieren, so würden wir die verschuldete Unternehmung erwerben und gleichzeitig die unverschuldete Unternehmung short verkaufen. Es verbleibt ein Geldbetrag von

$$V_0^L - V_0^U = 1{,}038056 \qquad (1.14)$$

der am Kapitalmarkt von uns geliehen werden muss. Im nächsten Zeitpunkt verbleibt uns durch unsere Position (verschuldete Unternehmung long und unverschuldete short) das tax shield i.H.v.

$$tax\ shield_1 = s \cdot r_f \cdot f \cdot V_0^L = 0{,}7524145 \qquad (1.15)$$

Zahlen wir den einperiodigen Kredit der Vorperiode zurück, so besteht in t = 1 ein Finanzbedarf i.H.v.

$$1{,}038056 \cdot (1 + r_f) - 0{,}752424 = 0{,}337544 \qquad (1.16)$$

der wiederum am Kapitalmarkt geliehen werden muss. In t = 2 erhalten wir wieder das tax shield der verschuldeten Unternehmung. Mit Hilfe der Gleichung (1.9) können wir die Höhe des tax shields ermitteln

$$V_1^L(up) = \frac{V_1^U(up)}{1 - \frac{s \cdot r_f \cdot f}{1 + r_f}} \approx 57{,}6656$$
$$V_1^L(down) = \frac{V_1^U(down)}{1 - \frac{s \cdot r_f \cdot f}{1 + r_f}} \approx 46{,}13251 \qquad (1.17)$$

Jetzt hängt es vom Zustand ab, wie hoch der Zufluss für den Investor wird. Befindet er sich im Zustand up, so fließt ihm der Betrag $V_1^L(up) - V_1^U(up) = 0{,}39291$ zu. Befindet er sich dagegen im Zustand down, so fließt ihm der Betrag $V_1^L(down) - V_1^U(down) = 0{,}31423$ zu. Im Zustand up ist er in der Lage, Tilgung und Zins seiner Geldanlage aus dem Zeitpunkt t = 1 zu bedienen. Im Zustand down dagegen wird er zusätzliche Zahlungen leisten müssen. Im Gegensatz zum vorigen Gegenbeispiel erzielt der Investor jetzt keinen sicheren Gewinn mehr, vielmehr kann er auch (abhängig vom sich einstellenden Zustand) einen Verlust realisieren. Wir erkennen: die Arbitragegelegenheit ist verschwunden. In dieser Situation liefert die Theorie der gewichteten Kapitalkosten (WACC) einen korrekten Wert für die verschuldete Unternehmung.

IV. Zusammenfassung

Die Theorie der gewichteten Kapitalkosten (WACC) ist in der Praxis beliebt und wird bei der Unternehmensbewertung oft verwendet. Um den WACC-Ansatz nach *Miles* und *Ezzell* zu verwenden, muss der Fall der wertorientierten Finanzierung vorliegen: dem Bewerter müssen heute die zukünftigen Fremdkapitalquoten bekannt sein[14]. Ein Gegenbeispiel zeigte, dass allein diese Annahme jedoch nicht ausreicht. Vielmehr war es möglich, eine Arbitragegelegenheit zu konstruieren, die einen Investor ohne eigene finanzielle Mittel unendlich reich machen kann. Daher war in dem konstruierten Fall die Miles-Ezzell-Theorie zu verwerfen.

Es zeigte sich, dass für das Versagen der Theorie der gewichteten Kapitalkosten die besondere Struktur der zukünftigen Cash-flows verantwortlich war. Die Cash-flows hatten Wachstumsraten u und d, die sowohl vom Zeitpunkt als auch vom eingetretenen Zustand abhängig waren. Um aber die Theorie von *Miles* und *Ezzell* korrekt anwenden zu können, darf das Verhältnis der Wachstumsfaktoren weder zeit- noch zustandsabhängig sein. Ob diese Einschränkung der Popularität des WACC-Ansatzes Abbruch tun wird, muss die Praxis zeigen.

14) Entscheidend für die Anwendung der Miles-Ezzell-Gleichung ist nicht die Konstanz zukünftiger Fremdkapitalquoten. Vielmehr müssen die Fremdkapitalquoten der Zukunft nur bekannt sein, im Zeitablauf können sie durchaus schwanken.

Christian Timmreck

β-Faktoren – Anwendungsprobleme und Lösungsansätze

Dipl.-Kfm. Christian Timmreck ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institute for Mergers & Acquisitions (IMA) an der Universität Witten/Herdecke. Forschungsschwerpunkte: Verfahren zur Unternehmensbewertung, Corporate Finance, M&A-Strategien.
E-Mail: christian-timmreck@uni-wh.de

I. Einleitung

Bei der Aktienanalyse im Rahmen des Portfoliomanagements institutioneller Investoren und bei der Unternehmensbewertung im Rahmen von M&A-Transaktionen[1] wird neben anderen Verfahren vor allem die Kapitalwertmethode (im Englischen auch als Net Present Value oder kurz NPV bezeichnet[2]) eingesetzt. Grundlegend für die Kapitalwertmethode ist die Überführung zukünftiger Zahlungsströme in Barwerte zum Zeitpunkt der Investitionsentscheidung[3]. Neben der zeitlichen Transformation ist das bewertungsrelevante Risiko zu berücksichtigen, damit die Barwerte verschiedener Investitionsmöglichkeiten vergleichbar sind. Beide Aspekte kommen in der Wahl einer geeigneten Diskontierungsrate zum Ausdruck. Die zeitliche Transformation wird i.d.R. mit Hilfe des risikolosen Zinssatzes i_f durchgeführt, der am Kapitalmarkt zu beobachten ist. Die Risikoadjustierung gestaltet sich in der Praxis weitaus schwieriger. Unter Verwendung des Capital Asset Pricing Model (CAPM) wird hier typischerweise ein adäquater Risikozuschlag zum risikolosen Zinssatz ermittelt. Anhand eines Beispiels sollen im vorliegenden Beitrag die Probleme bei der praktischen Anwendung des

1) Vgl. Copeland/Koller/Murrin, Valuation – Measuring and Managing the Value of Companies, 1996, S. 133 ff.
2) Vgl. Sharpe/Alexander/Bailey, Investments, 1995, S. 568 ff. oder Kruschwitz, Finanzierung und Investition, 1999, S. 1 ff.
3) Vgl. Brealey/Myers, Principles of Corporate Finance, 1991, S. 11 ff. oder Drukarczyk, Unternehmensbewertung, 2001, S. 10 ff.

folgte Zielsetzung erreicht wird, nachhaltige Anreize für die „Professionalisierung des Risikomanagements" bei Banken zu setzen.

U.E. sollte die Implementierung eines Operational Risk Management jedoch nicht nur aus regulatorischen Notwendigkeiten heraus betrachtet werden. Dem vermeintlich hohen personellen und zeitlichen Aufwand in der Implementierungsphase steht eine hohe Antizipation potenzieller Verluste verbunden mit einer Optimierung der Eigenkapitalunterlegung gegenüber, die zu einer Stärkung der Wettbewerbsfähigkeit und einer Erhöhung des Shareholder Value führen kann. Die Untersuchung und Einschätzung der operationellen Risiken stellt für die Führungsorgane einer Bank somit eine nützliche Information dar, da auf diese Weise die oftmals nicht offensichtlichen Schwächen eines Instituts aufgezeigt werden. Eine wertvolle Managementinformation ist hierbei z.B. die Feststellung, dass eine bestimmte Geschäftseinheit der Bank, welche per se als profitabel eingeschätzt wird, hohe operationelle Risiken birgt, sich letztendlich – nach Berücksichtigung des hierfür notwendigen ökonomischen Eigenkapitals – als wenig einträglich erweist[33].

Ein adäquates Management operationeller Risiken gehört somit u.E. zukünftig zu den wesentlichen strategischen Führungsaufgaben, ohne die die Sorgfaltspflichten eines Geschäftsleitungsmitglieds einer Bank nicht mehr erfüllt werden können.

33) *Vgl. Keck/Jovic, Der Schweizer Treuhänder 1999 S. 966.*

Bernhard Schwetzler / Marc Steffen Rapp

Arbitrage, Kapitalkosten und die Miles/Ezzell-Anpassung im zweiperiodigen Binomialmodell

– Erwiderung zu dem Beitrag von Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler „Gewichtete Kapitalkosten (WACC) in der Unternehmensbewertung", FB 2002 S. 296-300 –

Prof. Dr. Bernhard Schwetzler und Dipl.-Math. Marc Steffen Rapp, Lehrstuhl für Finanzmanagement und Banken an der Handelshochschule Leipzig (HHL), Jahnallee 59, D-04109 Leipzig.

I. Einleitung

In seiner im Mai im FINANZ BETRIEB veröffentlichten Arbeit *Gewichtete Kapitalkosten (WACC) in der Unternehmensbewertung*[1] kommt *Löffler* aufgrund eines Beispiels zu dem Ergebnis, dass die Anwendung der WACC-Formel von *Miles/Ezzell*[2] i.A. zu Arbitragemöglichkeiten führt. Er zieht daraus den Schluss, dass der *M&E-WACC* auf arbitragefreien Kapitalmärkten nicht uneingeschränkt zur Anwendung kommen kann und *„für den konstruierten Fall zu verwerfen"*[3] ist[4].

Das Beispiel *Löfflers* soll im Folgenden näher analysiert und mit Hilfe einer Erweiterung auf seine Eignung zur „Widerlegung" der Theorie von *Miles/Ezzell* untersucht werden. Dabei werden wir zeigen, dass unter den von *Löffler* gesetzten Annahmen entweder die Arbitragegelegenheit bereits im Fall der vollständigen Eigenfinanzierung besteht oder aber die von *Miles/Ezzell* getroffenen Modellannahmen bezüglich der Kapitalkosten bei Eigenfinanzierung nicht erfüllt sind. Auch sind die von *Löffler* aufgeführten Bedingungen für die Anwendung der *Miles/Ezzell*-Anpassungsformel im Binomialmodell zwar hinreichend, keinesfalls jedoch notwendig. Damit sind die Voraussetzungen für die Anwendung des *M&E-WACC* deutlich weniger restriktiv, als dies die Darstellung *Löfflers* vermuten lässt.

Zu diesem Zweck wird in Kapitel II. 1. ein genauerer Blick auf die Arbeit von *Miles/Ezzell* notwendig, ehe in Kapitel II. 2. eine Erweiterung des *Löffler*-Beispiels vorgestellt wird. Mit dieser Erweiterung wird das eigenfinanzierte Investitionsprojekt auf Basis unterschiedlicher Kapitalkostenstrukturen, welche zu identischen Marktwerten führen, bewertet und die damit einhergehenden Probleme und Implikationen dargestellt. In Kapitel III. werden die Zusammenhänge zwischen verschiedenen Bedingungen für die Anwendung des *M&E-WACC* in einem zweiperiodigen Binomialmodell kurz andiskutiert. Kapitel IV. beschließt die Arbeit durch eine Zusammenfassung.

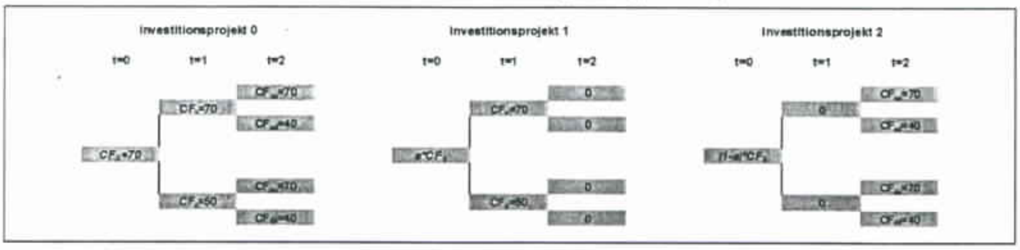
II. Das Beispiel von *Löffler* und das Modell von *Miles/Ezzell*

1. Die Theorie von *Miles/Ezzell*

Miles/Ezzell gehen in Ihrer Arbeit von der Situation perfekter Kapitalmärkte unter den (steuerlichen) Nebenbedingungen des Steuersystems I (Steuersatz auf Unternehmensebene s_u) aus und betrachten ein eigenfinanziertes Investitionsprojekt, sowie ein teilweise fremdfinanziertes (Zwillings-)Investitionsprojekt. Für den Fall des vollständig eigenfinanzierten Investitionsprojekts unterstellen sie uniforme Eigenkapitalkosten k, in dem Sinne, dass jeder der durch das Projekt generierten Cash-flows (nach Steuern) in jeder Periode mit dem Faktor $(1 + k)$ abgezinst werden muss (um nach vollständiger Diskontierung und Summation über alle noch ausstehenden Cash-flows schließlich den Marktpreis zu erhalten)[5].

1) *Löffler, FB 2002 S. 296-300.*
2) *Miles/Ezzell, Journal of Financial and Quantitative Analysis 1980 S. 719-730.*
3) *Vergleiche Löffler, FB 2002 S.300.*
4) *In einer früheren Arbeit zieht Löffler den Schluss, dass „their WACC approach cannot be applied under the circumstances assumed by Miles/Ezzell." Siehe Löffler, Diskussionspapier 248 der Universität Hannover „Miles-Ezzell's WACC Approach Yields Arbitrage", 2001.*
5) *„ρ_0 is the appropriate rate for discounting the time i expected unlevered Cash-flow in period j, where ρ_0 is referred to as the ‚unlevered cost of capital'", Miles/Ezzell, a.a.O. (Fn. 2), S. 722.*

Abb. 2: Cash-flows der Investitionsprojekte aus der Erweiterung des *Löffler*-Beispiels



Anschließend betrachten *Miles/Ezzell* den Fall der teilweisen Fremdfinanzierung (zum Zinssatz r) unter der Annahme einer *wertorientierten* Finanzierungspolitik[6], d.h. unter der Annahme eines konstanten Leverages L. Unter Berücksichtigung des periodischen Steuervorteils der Fremdfinanzierung $s_u \cdot r \cdot F_t$ kommen sie dabei zu dem Ergebnis, dass der durch das Investitionsprojekt generierte Cash-flow (nach Steuern) mit dem sich gemäß

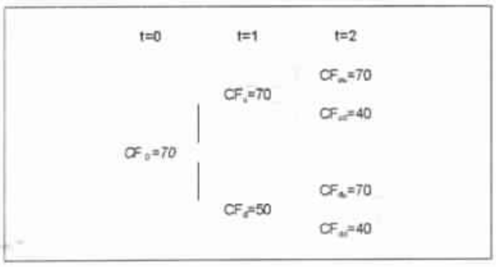
$$(1) \quad WACC = (1+k)\left(1 - \frac{s_u \cdot r}{1+r} L\right) - 1$$

berechnenden M&E-WACC zu diskontieren ist, um den entsprechenden Marktwert des fremdfinanzierten Investitionsprojekts zu erhalten.

2. Das Beispiel von *Löffler* und dessen Erweiterung

Als „Gegenbeispiel zum WACC-Ansatz"[7] zieht *Löffler* das zweiperiodige Binomialmodell eines Investitionsprojekts[8] mit den folgenden Cash-flows heran:

Abb. 1: Cash-flows des unverschuldeten Unternehmens aus dem *Löffler*-Beispiel



Ferner geht *Löffler* von einem risikolosen Zins r von 5% und projektspezifischen, die subjektiven Einschätzungen bezüglich zukünftiger Entwicklungen[9] widerspiegelnden Kapitalkosten k* i.H.v. 10% aus. Unter diesen Annahmen berechnet er den Wert des eigenfinanzierten Projektes in t = 0 bzw. t = 1 als[10]:

$$V_0 = \frac{E[CF_1]}{(1+k^*)} + \frac{E[CF_2]}{(1+k^*)^2} = \frac{60}{(1+10\%)} + \frac{55}{(1+10\%)^2} = 100$$

$$V_1 = \frac{E[CF_2]}{(1+k^*)} = \frac{55}{(1+10\%)} = 50$$

Unter den Annahmen, dass

1. ein teilweise fremdfinanziertes Zwillingsprojekt existiert,
2. ein Kapitalmarkt existiert, auf welchem beide Projekte frei handelbar sind und
3. der Markt das teilweise fremdfinanzierte Projekt bewertet, indem er den *M&E-WACC* auf die zukünftigen Cash-flows des eigenfinanzierten Projekts anwendet[11],

zeigt *Löffler*, dass sich eine Arbitragemöglichkeit konstruieren lässt[12]. Die aus der Bewertung des Projekts durch die beiden obigen Gleichungen (und der von *Löffler* daraus abgeleiteten Schlussfolgerung) resultierende Problematik lässt sich am besten mit Hilfe einer Erweiterung des Beispiels von *Löffler* veranschaulichen. Hierzu betrachten wir drei, jeweils eigenfinanzierte Investitionsprojekte IP_0, IP_1 und IP_2, wobei IP_0 das eigenfinanzierte Investitionsprojekt aus *Löfflers* Beispiel und IP_1 (bzw. IP_2) (Teil-)Investitionsprojekte, welche nur in t = 1 (bzw. t = 2) einen – dem Cash-flow von IP_0 zu diesem Zeitpunkt entsprechenden – Cash-flow generieren[13].

Abb. 2 veranschaulicht die Cash-flow-Ströme der einzelnen Investitionsprojekte, wobei die (subjektiven) Wahrscheinlichkeiten für den Eintritt einer u- oder einer d-Bewegung[14] wie in der zitierten Arbeit jeweils 50% betragen[15].

Weiterhin sei die Möglichkeit der freien Handelbarkeit aller drei Investitionsprojekte auf einem vollkommenen[16] Kapitalmarkt angenommen[17]. eht dann sofort, dass durch ein Portfolio bestehend aus IP_1 und IP_2 das Investitionsprojekt IP_0 synthetisch nachgebildet werden kann.

6) *Zu dieser Begriffsbildung siehe Löffler, FB 2002 S. 296.*
7) *Löffler, a.a.O. (Fn. 1), Kapitel II.*
8) *D.h. das Modell eines zweiperiodigen Investitionsprojekts in einer Welt, in welcher – zumindest aus Sicht der den Eigentümer des Investitionsprojekts interessierenden Cash-flows – jeweils nur zwei zukünftige Umweltzustände unterscheidbar sind.*
9) *Diese subjektiven Zukunftseinschätzungen spiegeln sich in dem subjektiven Wahrscheinlichkeitsmaß P, mittels welchem die erwarteten Cash-flows berechnet werden, wider.*
10) *Vgl. Löffler, FB 2002 Gleichung (1.2) und Gleichung (1.3).*
11) *D.h. um den Wert des teilweise fremdfinanzierten Projekts zum Zeitpunkt t zu bestimmen, summiert der Kapitalmarkt über alle zukünftigen, mittels dem WACC auf t diskontierten Cash-flows des eigenfinanzierten Projektes.*
12) *Vgl. Löffler, FB 2002 Kapitel II. 2.*
13) *Alternativ können IP_1 und IP_2 auch als Portfolio von Arrow-Debreu-Wertpapieren interpretiert werden. Zu Arrow-Debreu-Wertpapieren vergleiche Kruschwitz, Investition und Finanzierung, 2. Aufl. 1999, S. 147 ff.*
14) *Die Sprechweise wurde in Anlehnung an Löffler, FB 2002 Kapitel II. 1. gewählt.*
15) *Die in t=0 generierten Cash-flows sind für die folgenden Betrachtungen ohne Bedeutung und sind deshalb in Anlehnung an Löffler (2002) kursiv gehalten. Insbesondere ist $a*CF_0$ der a-Anteil des durch das Projekt IP_0 in t=0 generierten Cash-flows CF_0, wobei a einen beliebigen Wert zwischen 0 und 1 annehmen kann.*
16) *Vergleiche dazu Kruschwitz, a.a.O. (Fn. 13), S. 9 und S. 37. Insbesondere können auf einem vollkommenen Kapitalmarkt auch Bruchteile und negative Anteile der Investitionsprojekte, ohne Beeinflussung durch Transaktionskosten, Steuern, Handelsrestriktionen o.ä., gehandelt werden.*
17) *Ein derartiger Kapitalmarkt weist dann im Hinblick auf das Investitionsprojekt IP_0 die Spanning-Eigenschaft auf. Vergleiche dazu auch Breuer, Investition II, 2001, S. 165.*

3. Die Annahme uniformer Kapitalkosten

Unter der Annahme uniformer Kapitalkosten erhält man nun für die Werte der einzelnen Projekte

$$V_0(IP_0)=\frac{E[CF_1]}{(1+k^*)}+\frac{E[CF_2]}{(1+k^*)^2}=\frac{60}{(1+10\%)}+\frac{55}{(1+10\%)^2}=100$$

$$V_1(IP_0)=\frac{E[CF_2]}{(1+k^*)}=\frac{55}{(1+10\%)^2}=50$$

$$V_0(IP_1)=\frac{E[CF_1]}{(1+k^*)}=\frac{60}{(1+10\%)}=54{,}55$$

$$V_1(IP_1)=0$$

$$V_0(IP_2)=\frac{E[CF_2]}{(1+k^*)}=\frac{55}{(1+10\%)^2}=45{,}45$$

$$V_1(IP_2)=\frac{E[CF_2]}{(1+k^*)}=\frac{55}{(1+10\%)^2}=50$$

Bemerkt man nun, dass V_1 (IP_2), also der Wert von IP_2 in $t=1$, unabhängig von dem in $t=1$ angenommenen Umweltzustand ist, dann lässt sich auch hier (ohne Fremdfinanzierungs- oder Steuereffekte!) eine Arbitragemöglichkeit konstruieren. Dazu ist zunächst im Zeitpunkt 0 das Investitionsprojekt IP_0 für 100 zu kaufen (long position) und gleichzeitig Projekt IP_1 zum Marktpreis von 54,55 zu verkaufen (short position). Damit ist zunächst erreicht, dass sich in Periode 1 die Zahlungsströme aus IP_0 (positiver Cash-flow) und IP_1 (negativer Cash-flow) in jedem Umweltzustand exakt ausgleichen. Um für die durch IP_0 in $t=2$ generierten Cash-flows dasselbe zu erreichen, wird nun in $t=1$ das Projekt IP_2 zum Marktpreis von 50 verkauft (short position)[18]. Von entscheidender Bedeutung ist nun die Unabhängigkeit der Cash-flows von IP_2 von dem in $t=1$ eingetretenen Umweltzustand, sodass zum Zeitpunkt der Portfoliobildung $t=0$ der Verkaufserlös $V_1(IP_2)$ des Projekts IP_2 in $t=1$ deterministisch, d.h. sicher, ist. $V_1(IP_2)$ kann deshalb mit Hilfe eines Kredits zum risikolosen Marktzinssatz auf den Zeitpunkt $t=0$ transferiert werden, sodass sich ein Portfolio ergibt, welches zu den Zeitpunkten $t=1$ und $t=2$ mit Sicherheit keine Zahlungen erfordert (oder generiert) und in $t=0$ mit den von *Löffler* gewählten Parametern eine Anfangsauszahlung von 2,16 generiert.

Abb. 3 verdeutlicht die Arbitragestrategie.

Abb. 3: Arbitragestrategie in der Erweiterung des Löffler-Beispiels[19]

cash-flows (in t)	**t=0**	**t=1**	**t=2**
long in IP_0 in t=0	–100,00	CF1	CF2
short in IP_1 in t=0	54,55	–CF1	
Kredit von t=0 bis t=1	47,62	–50,00	
short in IP_2 in t=1		50,00	–CF2
Arbitrage	**2,16**	**0,00**	**0,00**

Die Erweiterung des Beispiels von *Löffler* zeigt also, dass unter der Annahme uniformer Kapitalkosten die Arbitragemöglichkeit sich bereits im Fall des eigenfinanzierten Investitionsprojekts ergibt. Genauer rührt in diesem Fall die Arbitragegelegenheit von der Anwendung unzulässiger Diskontierungsfaktoren her und ist nicht als Versagen der Theorie von *Miles/Ezzell* zu interpretieren.

4. Die Annahme arbitragefreier Kapitalkosten

Unterstellt man entgegen der obigen Annahme der Bewertung mittels uniformer Kapitalkosten eine Bewertung der Investitionsprojekte mittels arbitragefreier Kapitalkosten, d.h. mittels periodenspezifischer, sowohl die subjektiven Zukunftsprognosen als auch die beobachtbaren Marktpreise widerspiegelnden Kapitalkosten[20] und interpretiert die in *Löfflers* Artikel genannten marktwerte für das Projekt IP_0 als beobachtbare Marktpreise[21], so ergibt sich das folgende Kapitalkostentableau:

Abb. 4: Kapitalkostentableau unter der Annahme einer arbitragefreien Bewertung

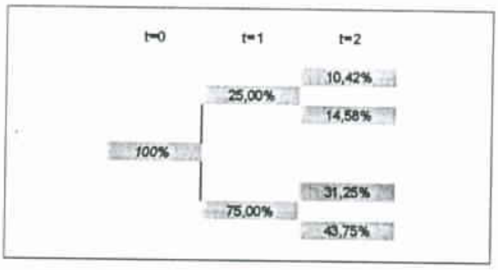
	IP_1	**IP_2**
[0,1]	14,55%	5,00%
[1,2]	–	10,00%

Bei Anwendung dieser Kapitalkosten auf das Investitionsprojekt IP_0 erhält man den Wert aus *Löfflers* Zahlenbeispiel:

$$V_0(IP_0)=\frac{E[CF_1]}{(1+k_{1,1})}+\frac{E[CF_2]}{(1+k_{1,2})(1+k_{2,2})}$$
$$=\frac{60}{(1+14{,}55\%)}+\frac{55}{(1+5\%)(1+10\%)}=100$$

Es sei bemerkt, dass sich die hier aufgeführten periodischen Kapitalkosten für die Investitionsprojekte IP_1 und IP_2 mit Hilfe der risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Umweltzustände berechnen lassen. Abb. 5 gibt diese wieder.

Abb. 5: Risikoneutrale Wahrscheinlichkeiten (unter der Annahme der beobachtbaren Marktpreise nach *Löffler*)



Diese Sichtweise ist aber nach den Ausführungen in Kapitel II. 1. mit der Annahme uniformer Kapitalkosten aus dem Modell von *Miles/Ezzell* nicht in Einklang zu bringen[22], sodass unter

18) *Wegen $CF_2(IP_0)+[-CF_2(IP_2)]=0$ heben sich damit in t=2 die Zahlungsströme des Portfolios (in jedem Umweltzustand) gegenseitig exakt auf.*

19) *Man kann anhand der Konstruktion der Arbitrage erkennen, dass der arbitragefreie Kostensatz für IP_2 in Periode [0;1] genau dem risikolosen Zins i=5% entsprechen muss.*

20) *Wie es beispielsweise die Fn. 2 in Löffler, a.a.O. (Fn. 4), S. 4, nahe legt.*

21) *Die Existenz beobachtbarer Marktpreise für ausgewählte Zahlungsansprüche (wie sie etwa in Form von Wertpapieren verbrieft sind) ist eine wesentliche Voraussetzung für die Anwendung der auf Arbitragefreiheitsargumenten beruhenden Methode der risikoneutralen Bewertung.*

22) *Unabhängig von unserem Nachweis hat Dr. Martin Wallmeier (Universität Augsburg) auf dem Workshop „Unternehmensbewertung" am 8. 6. 2002 in Hannover auf diesen Umstand hingewiesen.*

dieser Argumentation das „Gegenbeispiel" kein Gegenbeispiel ist, da eben nicht „die Voraussetzungen der von Miles und Ezzell unterstellten Theorie allesamt erfüllt sind" wie es *Löffler* für sein in *Löffler* (2001) präsentiertes Beispiel – und damit implizit auch für sein Beispiel in *Löffler* (2002) – behauptet.

III. Eine Alternative zur Annahme konstanter Kapitalkosten von *Miles/Ezzell*?

In Kapitel III. des Beitrags versucht *Löffler* zu verdeutlichen, welche Bedingungen an das zweiperiodige Binomialmodell zu stellen sind, dass der *M&E-WACC* angewendet werden darf.

Dazu führt *Löffler* auf Seite 299 aus:

> „Damit die *Miles/Ezzell*-Anpassungsformel richtige Ergebnisse liefert, muss in einem Binomialmodell das Verhältnis der Wachstumsfaktoren u und d in jedem beliebigen Knoten konstant sein
>
> $$\frac{1+u}{1+d} = const.$$ [23)]"

und ergänzt in Fn. 13 (Seite 299)

> "[...] Die [...] Annahme $E[CF_{t+1}-CF_t|F_t] = g_t \cdot CF_t$ stimmt im Binomialmodell gerade mit der Forderung überein, dass das Verhältnis der Wachstumsfaktoren konstant ist".

Hätte *Löffler* recht, so wären die Voraussetzung für die Anwendung der *Miles/Ezzell*-Anpassungsformel recht restriktiv. Es zeigt sich jedoch, dass die „Quotientenbedingung" zwar eine hinreichende, nicht jedoch eine notwendige Bedingung für die Uniformität der Kapitalkosten ist, welche von *Miles/Ezzell* gefordert wird[24)].

Die diesbezüglichen Überlegungen gehen von der von *Löffler* in einer früheren Arbeit formulierte „Erwartungswertbedingung[25)]"

$$E[CF_{t+1}|F_t] = (1+g_t)\,CF_t \quad \textit{für alle } t = \{0, \ldots, T-1\}$$

aus, welche die Diskontierung mit uniformen Kapitalkosten impliziert. Somit erfüllt ein der „Erwartungswertbedingung" genügender Cash-flow-Strom die Miles-Ezzell-Annahme 2. Unter geeigneten Annahmen[26)] lässt sich nun zeigen, dass ein der „Quotientenbedingung" genügender Cash-flow-Strom der „Erwartungswertbedingung" *Löfflers* genügt und damit auch der Annahme 2 von *Miles/Ezzell*[27)].

Allerdings lässt sich im vorliegenden Binomialmodell mit einem Gegenbeispiels zeigen, dass die „Quotientenbedingung" keine notwendige Bedingung für die Diskontierung eines Cash-flows mit uniformen Kapitalkosten darstellt. Das bedeutet, dass der *M&E-WACC* im Binomialmodell auch dann zur Anwendung kommen kann, wenn die „Quotientenbedingung" nicht, aber z.B. die „Erwartungswertbedingung" erfüllt ist.

IV. Zusammenfassung

Die Überlegungen aus Kapitel II. zeigen, dass das von *Löffler* gewählte „Gegenbeispiel" wenig geeignet ist, die *WACC*-Theorie von *Miles/Ezzell* zu verwerfen. Je nach Modellierung wurden unterschiedliche Einwände dargestellt. So kommt im Fall der Annahme uniformer Kapitalkosten die „Fehlbewertung" nicht durch die Verwendung des *M&E-WACCs*, sondern durch die unzulässige Unterstellung konstanter Kapitalkosten bei stochastisch unabhängigen Cash-flows zustande. Werden dagegen arbitragefreie Kapitalkosten unterstellt, so handelt es sich nicht um ein „Gegenbeispiel", da in diesem Fall periodenspezifische Diskontierungsfaktoren anzuwenden sind, wodurch die Annahme 2 aus Kapitel II der *Miles/Ezzell*-Arbeit verletzt wird.

In Kapitel III. wurde angedeutet, dass die Bedingungen für eine mögliche Anwendung der *Miles/Ezzell*-Anpassungsformel im Binomialmodell deutlich weniger restriktiv sind, als von *Löffler* dargestellt. Insbes. ist die „Quotientenbedingung" $(1+u)/(1+d) = const.$ nicht notwendig.

23) *Diese Bedingung wird von uns im Folgenden als „Quotientenbedingung" bezeichnet.*

24) *Wie in Löffler, a.a.O. (Fn. 4), in Fn. 13 angedeutet, sind die Beweise hierzu relativ komplex und formal, sodass wir an dieser Stelle auf die Ausführung der entsprechenden Beweise und des unten zitierten Gegenbeispiels verzichten. Die entsprechenden Nachweise finden sich bei Schwetzler/Rapp, „Uniforme Kapitalkosten und die Anwendung des Miles-Ezzell-WACC – zwei Anmerkungen". Dies steht zum download auf der Homepage des Lehrstuhls für Finanzmanagement und Banken der HHL (http://www.hhl.de) bereit.*

25) *Vgl. Löffler, a.a.O. (Fn. 4), S. 8. Unter ähnlichen Bedingungen leitet auch Richter, sbr 5/2002 S. 136-147 die Miles/Ezzell-Anpassung ab.*

26) *Hinreichend hierbei ist die Annahme einer „globalen", d.h. in allen Zeitpunkten und allen Knoten geltende, up-Wahrscheinlichkeit.*

27) *Wir erhalten also die folgende Proposition: Unter der Annahme einer globalen Binomialverteilung gilt für das vorliegende zweiperiodige Binomialmodell, dass die „Quotientenbedingung" eine hinreichende Bedingung für die „Erwartungswertbedingung" und damit auch für die Annahme 2 von Miles/Ezzell ist.*

Andreas Löffler

Gewichtete Kapitalkosten (WACC) in der Unternehmensbewertung

– Replik zu Schwetzler/Rapp, FB 2002 S. 502-505 –

Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler, Lehrstuhl für Banken und Finanzierung, Universität Hannover, Königsworther Platz 1, 30169 Hannover. Email: AL@wacc.de.

I. Einleitung

Bernhard Schwetzler und *Marc-Steffen Rapp* kritisieren die folgenden zwei Punkte in meiner Arbeit.

– Das von mir präsentierte Gegenbeispiel verletze die Annahmen von Miles und Ezzell und sei damit nicht geeignet für eine

Widerlegung ihrer Theorie. Insbesondere sei die von mir angeführte Fundamentalannahme nicht für die Anpassungsgleichung notwendig.
- Selbst wenn die Fundamentalannahme notwendig sein sollte, so ist sie in einem Binomialmodell nicht logisch äquivalent der Bedingung $\frac{1+u}{1+d} = const.$ (Gleichung (1.11)), die sich in meiner Arbeit[1] findet.

Ich werde auf die Kritik nun wie folgt eingehen. Ich werde zuerst versuchen deutlich zu machen, weshalb der von *Schwetzler* und *Rapp* kritisierte erste Punkt in der Tat richtig ist und wie es zu dem Missverständnis kommen konnte. Dabei werde ich etwas ausführlicher auf ein Problem eingehen, das auf den ersten Blick nichts mit der Miles-Ezzell-Anpassung, wohl aber mit Kapitalkosten zu tun hat (Abschn. II.). Im nächsten Schritt werde ich ein anderes Gegenbeispiel präsentieren, mit dem sich wiederum trotz Gültigkeit der Miles-Ezzell-Annahmen eine Arbitrage herleiten lässt und das der Kritik von *Schwetzler/Rapp* standhält (Abschn. III.). Dabei verlasse ich allerdings den Rahmen des Binomialmodells[2]. Obwohl dies im Grunde den Punkt zwei der Kritik von *Schwetzler/Rapp* obsolet macht, werde ich dennoch eine präzise Formulierung für die Gültigkeit der Fundamentalannahme geben und diese auch beweisen (Abschn. IV.). Zuletzt folgt eine Zusammenfassung.

II. Was sind eigentlich Kapitalkosten?

Der ökonomische interessierte Praktiker wird, wenn er sich mit den DCF-Verfahren beschäftigt, auf eine Reihe von grundlegenden Begriffen stoßen, die im Zusammenhang mit diesen Verfahren immer wieder Verwendung finden. So ist davon die Rede, dass die Zahlungsüberschüsse eines Unternehmens, die Cash-flows, angemessen diskontiert und dass die Steuern in diese Rechnung korrekt einbezogen werden müssen. Jedem Bewerter ist dabei ungefähr klar, was Cash-flows sind – wenngleich er im Detail u.U. prüfen muss, ob es sich nun um die Cash-flows vor oder nach Steuern und vor oder nach Zinsen handelt. Auch die Schätzung von Cash-flows, ein in der Theorie gern ausgeblendetes Thema, wird ihm keine allzu großen Irritationen bereiten. Eine vage Vorstellung eines Steuersystems können wir ebenso unterstellen, da eine Vielzahl der an den DCF-Methoden interessierten Personen Steuern zahlt und daher bereits die leidvolle Erfahrung gemacht hat, dass auch der Staat an Investitionen partizipieren will. Was aber sind Kapitalkosten?

Wenn der interessierten Praktiker einen Blick in die einschlägigen Lehrbücher wirft, so findet er zu seinem Erstaunen (im Gegensatz zu dem Fachbegriff Cash-flow sowie den Steuermodellen) keine klare Definition des Begriffs der Kapitalkosten. Das verwundert insbesondere deshalb, weil es sich bei der Finanzierung um ein Teilgebiet der Betriebswirtschaftslehre handelt, bei dem nahezu jeder Sachverhalt im Rahmen formaler Modelle behandelt wird.

Werfen wir also einen Blick in die Lehrbücher und verschaffen uns eine erste Vorstellung von dem, was Kapitalkosten sein sollen. Oft ist davon die Rede, dass Kapitalkosten (erwartete) Renditen aus dem zu bewertenden Projekt sind. So nutzen beispielsweise *Copeland/Weston* den Ausdruck „rate of return" statt „cost of capital", um eine Bewertungsgleichung für ein Unternehmen vorzustellen[3]. Bei *Brealey/Myers* lesen wir „the discount rate is determined by rates of return prevailing in capital markets"[4]. Auch *de Matos* erklärt ausdrücklich, dass es sich bei Kapitalkosten um erwartete Renditen handeln soll[5].

Diese Einführung des Begriffs der Kapitalkosten wird demjenigen Wissenschaftler, der bereits mit empirischen Daten gearbeitet hat, sehr nahe kommen. In allen empirischen Untersuchungen, die wir beobachten können (und dies gilt sowohl für die theoretischen wie auch die praktischen Arbeiten) werden immer Renditen ermittelt und als Kapitalkosten bezeichnet. Diese Idee hat also außerhalb der Theorie eine sehr starke Verbreitung gefunden. Bezeichnen wir die Cash-flows eines Unternehmens im Zeitpunkt t mit CF_t und den Unternehmenswert mit V_t, so wären Kapitalkosten entsprechend dieser Definition gleich dem Ausdruck

$$(2.1) \quad k_t = \frac{E_{t-1}[CF_t + V_t]}{V_{t-1}} - 1$$

wobei wir mit $E_{t-1}[]$ den bedingten Erwartungswert bezeichnen, der sich auf die Information des Zeitpunkts t–1 bezieht.

Nun finden wir aber in der Literatur ebenso ein zweites Verständnis des Begriffs Kapitalkosten. Als Kapitalkosten werden auch diejenigen Größen bezeichnet, mit denen wir die Cash-flows diskontieren, um zu ihrem Wert zu gelangen. Beispielsweise sprechen bezeichnen *Brealey/Myers*[6] mit *adjusted cost of capital* diejenigen Größen, mit denen Cash-flows zu diskontieren sind. Diese Idee finden wir auch bei *Miles/Ezzell*, wo es heißt „at any time k, (is the appropriate rate for discounting the time i expected unlevered cash flow in period j where (is referred to as the unlevered cost of capital"[7]. In eine Gleichung gefasst sähe diese Definition der Kapitalkosten k wie folgt aus:

$$(2.2) \quad V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{E[CF_t]}{(1+k)^t}$$

Zusammenfassend können wir also festhalten: es gibt mindestens zwei Möglichkeiten, den Be-

1) *FB 2002 S. 502-505, Martin Wallmeier (Augsburg) hat eine gleichlautende Kritik zuvor per E-Mail sowie beim Workshop Unternehmensbewertung am 8. 6. 2002 in Hannover geäußert.*
2) *Es muss an dieser Stelle offen bleiben, ob im Rahmen des Binomialmodells überhaupt ein Gegenbeispiel existiert.*
3) *Copeland/Weston, Financial Theory and Corporate Policy, 3. Aufl. 1990, S. 410.*
4) *Brealey/Myers, Principles of Corporate Finance, 5. Aufl. 1996, S. 27.*
5) *de Matos, Theoretical Foundations of Corporate Finance, Princeton University Press 2001, S. 43.*
6) *Brealey/Myers, a.a.O. (Fn. 4), S. 532.*
7) *Miles/Ezzell, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1980, S. 719-730.*

griff der Kapitalkosten aufzufassen. Kapitalkosten können erwartete Renditen oder Diskontierungsfaktoren sein. Welcher Zusammenhang besteht zwischen beiden Begriffen? Hier nun kommen wir zum Kern des Missverständnisses.

Man kann sich mit etwas fortgeschrittenen Methoden überlegen, dass beide Begriffe logisch nicht gleichwertig sind[8]. Dieses Resultat ist auf den ersten Blick überraschend, da man vermutet, man könne beide Begriffe leicht ineinander überführen. Jedoch liegen die Dinge hier nicht so einfach. Es ist also ein Unterschied, ob man Kapitalkosten als erwartete Renditen oder als Diskontierungsfaktoren auffasst. Das bedeutet für den Theoretiker, dass er im Vorfeld deutlich machen muss, welchen Begriff er vor Augen hat.

Ich bin in meinem Gegenbeispiel, auf das sich *Schwetzler/Rapp* beziehen, von der Idee ausgegangen, dass Kapitalkosten erwartete Renditen sind. Bei *Miles-Ezzell* dagegen ist, wie das obige Zitat deutlich macht, ausdrücklich davon die Rede, dass Kapitalkosten nur Diskontierungsfaktoren sind. Die Ausführungen von *Schwetzler/Rapp* belegen dies. Im Rahmen der Auffassung „Kapitalkosten sind erwartete Renditen" gilt in meinem Gegenbeispiel der Zusammenhang

$$V_0 = \frac{E[CF_1 + V_1]}{1+10\%}.$$

Wenn in diesem Beispiel nicht die Möglichkeit besteht, die Cash-flows des Zeitpunkts $t=1$ einzeln zu handeln, kann man sowohl den Unternehmenswert wie auch die Cash-flows nicht einzeln bewerten[9]. Miles-Ezzell dagegen unterstellen, dass die Kapitalkosten auch die Cash-flows einzeln bewerten können. Da der zukünftige Unternehmenswert sicher ist, muss er mit 5% diskontiert werden. Damit muss bei der Diskontierung der Cash-flows der Zusammenhang

$$(2.3)\quad V_0 = \frac{E[CF_1]}{1+14{,}55\%} + \frac{V_1}{1+5\%}$$

gelten. Der Diskontierungsfaktor für die Cash-flows ist somit größer als 10%. Da nach *Miles-Ezzell* Kapitalkosten Diskontierungsfaktoren sind, verletzt mein Gegenbeispiel in der Tat die Annahmen von *Miles* und *Ezzell* und kann schwerlich dazu dienen, ihre Theorie zu widerlegen.

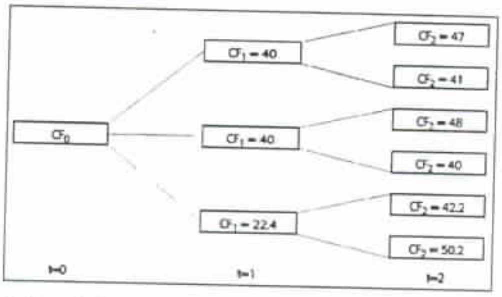
Was bleibt damit vom bisherigen Gegenbeispiel? Nur die Aussage, dass Kapitalkosten entweder erwartete Renditen oder Kapitalkosten sind und dass man beide Begriffe präzise auseinander halten muss.

III. Ein neues Gegenbeispiel

1. Das Modell

Wir betrachten eine unsichere Welt mit zwei zukünftigen Zeitpunkten $t=1$ und $t=2$. Eine vollständig eigenfinanzierte Kapitalgesellschaft erwirtschaftet in diesen beiden zukünftigen Zeitpunkten Cash-flows. Da die Cash-flows unsicher sind, verwenden wir zur Darstellung einen Trinomial/Binomialbaum: es kann im ersten Zeitpunkt drei und im zweiten zwei mögliche Zustände geben. Die Zustände im ersten Zeitpunkt werden mit den Buchstaben u, m, d und die Zustände im zweiten Zeitpunkt mit den Buchstaben u und d bezeichnet. Die zukünftigen Cash-flows der unverschuldeten Unternehmung sind wie in Abb. 1 dargestellt. Es handelt sich um Cash-flows, bei denen bereits die Körperschaftsteuer in Abzug gebracht wurde. Wir nehmen des Weiteren an, dass die Bewegungen in beiden Zeitpunkten mit gleicher Wahrscheinlichkeit erfolgen (also mit jeweils 0,333 im ersten Zeitpunkt und 0,5 im zweiten Zeitpunkt).

Abb. 1: Cash-flows der unverschuldeten Unternehmung



Anhand dieser Daten können wir den Wert der unverschuldeten Unternehmung sofort ermitteln. Wir gehen davon aus, dass der risikolose Zins gerade $r_f = 5\%$ und die Kapitalkosten $k = 10\%$ sind. Da die Kapitalkosten die Opportunitätskosten am Kapitalmarkt beschreiben, sind sie nicht um die Körperschaftsteuer zu kürzen. Die Erwartungswerte der (Nach-Steuer)Cash-flows in den beiden zukünftigen Jahren sind

$$(3.1)\quad \begin{aligned} E[CF_1] &= \frac{2}{3}\cdot 40 + \frac{1}{3}\cdot 22{,}4 = 34{,}133 \\ E[CF_2^{u,m}] &= \frac{1}{2}\cdot 47 + \frac{1}{2}\cdot 41 = 44; \\ E[CF_2^{d}] &= \frac{1}{2}\cdot 42{,}2 + \frac{1}{2}\cdot 50{,}2 = 46{,}2 \end{aligned}$$

Daraus folgt der Unternehmenswert der unverschuldeten Firma

$$(3.2)\quad V_0^U = \frac{E[CF_1]}{1+k} + \frac{E[CF_2]}{(1+k)^2} = 68.$$

Wir benötigen für spätere Überlegungen noch den Wert der unverschuldeten Unternehmung im nächsten Zeitpunkt. Wir erhalten

$$(3.3)\quad V_1^{u,m} = \frac{E[CF_2^{u,m}]}{1+k} = 40,\ V_1^{d} = \frac{E[CF_2^{d}}{1+k} = 42.$$

Da in der verschuldeten Unternehmung Zinsen bei der Körperschaftsteuer abzugsfähig sind,

8) *Mehr dazu in der Arbeit Laitenberger/Löffler, Capital Budgeting in Arbitrage-Free Markets, erscheint auf www.ssrn.com.*

9) *Schwetzler/Rapp gehen von der Annahme aus, dass in dem Gegenbeispiel Arrow-Debreu-Wertpapiere existieren. Diese Annahme ist aber keinesfalls selbstverständlich und muss hinterfragt werden. Im Rahmen des Miles-Ezzell Modells wird kein vollständiger Markt vorausgesetzt. Dies macht auch Sinn, denn man kann beispielsweise heute nicht ohne weiteres allein die Dividende einer Aktiengesellschaft in vier Jahren erwerben, ohne die Aktie selbst zu kaufen.*

kommt es zu einem Steuervorteil aus der Fremdfinanzierung. Wir wollen uns nun der Ermittlung dieses Steuervorteils zuwenden.

2. Die verschuldete Unternehmung und die Arbitragegelegenheit

Jetzt betrachten wir eine Unternehmung, die sich anteilig mit Fremdkapital finanziert. Dieses Fremdkapital sei sicher. Wir unterstellen, dass die verschuldete Unternehmung eine Fremdkapitalquote von $f = 79{,}01031\,\%$ hat. Dieser ungerade Zahlenwert wurde mit Absicht gewählt, damit der Wert der verschuldeten Unternehmung wieder eine ganze Zahl wird (siehe unten). Die Fremdkapitalquote bleibt über die Laufzeit der Unternehmung konstant. Der Körperschaftsteuersatz ist $s = 25\,\%$.

Um den Wert der verschuldeten Unternehmung zu bestimmen, verwenden wir die Theorie von *Miles-Ezzell*. In einem ersten Schritt sind dabei die Kapitalkosten der unverschuldeten Unternehmung mit den durchschnittlichen Kapitalkosten der verschuldeten Unternehmung in Beziehung zu setzen. Nach *Miles* und *Ezzell* gilt[10)]

$$(3.4) \quad WACC = (1+k)\cdot\left(1-\frac{s\cdot r_f}{1+r_f}\cdot f\right)-1.$$

Setzen wir die gegebenen Daten ein, so ergibt sich ein Wert für die durchschnittlichen Kapitalkosten i.H.v.

$$WACC = (1+10\,\%)\cdot\left(1-\frac{25\,\%\cdot 5\,\%}{1+5\,\%}\cdot 79{,}0103056\,\%\right)-1$$
$$= 8{,}965\,\%$$

Nach *Miles* und *Ezzell* sind nun die Cash-flows der unverschuldeten Unternehmung mit diesen durchschnittlichen Kapitalkosten zu diskontieren, das Ergebnis ist der Wert der verschuldeten Unternehmung. Wir erhalten[11)]

$$(3.5) \quad V_0^L = \frac{E[CF_1]}{1-WACC}+\frac{E[CF_2]}{(1+WACC)^2}\approx 69.$$

Ist das Unternehmen genau 69 Geldeinheiten Wert, dann gelingt es uns, am Kapitalmarkt eine Arbitragegelegenheit zu konstruieren. Dies macht die bisher verwendete Gleichung (3.4) zunichte. Um die Arbitragegelegenheit zu konstruieren nehmen wir an, dass sowohl das unverschuldete als auch das verschuldete Unternehmen am Kapitalmarkt gehandelt werden.

Wir kaufen am Kapitalmarkt das verschuldete Unternehmen zum errechneten Preis von 69 (long sale). Gleichzeitig verkaufen wir das unverschuldete Unternehmen (short sale) und borgen eine Geldeinheit am Kapitalmarkt. Beim Kauf wurden 69 Geldeinheiten gezahlt, beim Verkauf der unverschuldeten Unternehmung erhielt der Investor 68 und eine Geldeinheit wurde am Kapitalmarkt geborgt: damit hat unser Investor im Zeitpunkt null ein ausgeglichenes Budget. Er muss weder Zahlungen leisten noch fließen ihm Gelder zu.

Im Zeitpunkt $t = 1$ hält der Arbitrageur das verschuldete Unternehmung long, das unverschuldete short. Das bedeutet, dass ihm die Dividende (Cash-flow) des Zeitpunkts $t = 1$ zufließt und er sie sofort dem Käufer der unverschuldeten Unternehmung durchreicht. Allerdings erhält er neben dem Cash-flow des verschuldeten Unternehmens das tax shield: das verschuldete Unternehmen realisiert durch das vorhandene Fremdkapital einen Steuervorteil, und dieser Steuervorteil steht ihm zu. Wie hoch ist dieser Steuervorteil?

Der Steuervorteil der verschuldeten Unternehmung errechnet sich aus dem Produkt von Steuersatz und Zinszahlung des Zeitpunkts $t = 1$. Die Zinszahlung in $t = 1$ wiederum ergibt sich aus dem Produkt aus Zinssatz und Höhe des Fremdkapitals der Vorperiode. Die Höhe des Fremdkapitals der Vorperiode bestimmt sich aus dem Produkt aus dem gesamten Unternehmenswert und der Fremdkapitalquote, die zu Beginn dieses Abschnitts festgelegt wurde. Wir erhalten für das tax shield im ersten Zeitpunkt den Betrag

$$(3.6) \quad \text{tax shield}_1 = s\cdot r_f\cdot f\cdot V_0^L = 0{,}68146$$

Der Arbitrageur erhält also zusätzlich einen Steuervorteil i.H.v. 0,68146. Des Weiteren zahlt er seinen Kredit aus der Vorperiode i.H.v. 1,05 zurück. Die Differenz von etwa 0,36854 möge sich der Investor wieder am Kapitalmarkt leihen. Wie bereits im Zeitpunkt null hat unser Arbitrageur ein ausgeglichenes Budget: Er muss weder Zahlungen leisten noch fließen ihm Gelder zu.

Kommen wir nun zum letzten Zeitpunkt $t = 2$. Zuerst erhält der Arbitrageur wieder den Steuervorteil aus der Fremdfinanzierung, der sich analog zur Gleichung ermittelt

$$(3.7) \quad \text{tax shield}_2 = s\cdot r_f\cdot f\cdot V_1^L$$

Allerdings benötigen wir an dieser Stelle Kenntnisse über den Wert des verschuldeten Unternehmens im Zeitpunkt $t = 1$, da dieser Wert die Höhe des dann verfügbaren Fremdkapitals (und damit des Steuervorteils in $t = 2$) determiniert. Um diesen Wert zu bestimmen, sind etwas umfangreichere Überlegungen notwendig.

Der Wert der unverschuldeten Unternehmung im Zeitpunkt $t = 1$ unterscheidet sich von der verschuldeten Unternehmung durch den Steuervorteil aus der Fremdfinanzierung, der eine Periode später realisiert wird. Da die Höhe des Fremdkapitals in $t = 1$ bereits bekannt ist, sind auch die Zinszahlungen und damit die Steuervorteile eine Periode später bekannt und also sicher. Damit ergibt sich für den Wert der verschuldete Firma in $t = 1$ folgender Zusammenhang

$$(3.8) \quad V_1^L = V_1^U + \frac{\overbrace{s\cdot r_f\cdot f\cdot V_1^L}^{\text{tax shield in } t=2}}{1+r_f}$$

10) Siehe Miles/Ezzell, a.a.O. (Fn. 7), S. 726.

11) Die Berechnungen wurden ursprünglich mit Excel durchgeführt. Damit der Wert der verschuldeten Unternehmung bis auf sieben Stellen nach dem Komma 68 ergibt, muss der Verschuldungsgrad auf zehn Stellen nach dem Komma präzise gewählt werden. Auf diese Genauigkeiten wurde bei der Darstellung des Gegenbeispiels verzichtet.

Dies ist eine Gleichung in einer Unbekannten. Auflösen nach dem gesuchten Unternehmenswert und Einsetzen der bekannten oder berechneten Größen ergibt nun je nach Knoten zwei verschiedene Ergebnisse

$$(3.9)\quad V_1^L = \frac{V_1^U}{1-\frac{s \cdot r_f \cdot f}{1+r_f}} \approx \begin{cases} 40{,}3798 \text{ wenn } u, m, \\ 42{,}3988 \text{ wenn } d. \end{cases}$$

Mit diesem Ergebnis und Gleichung (3.7) ergibt sich ein Steuervorteil im Zeitpunkt $t = 2$, der mindestens die Höhe

$$(3.10)\quad tax\ shield_2 \geq 0{,}3988$$

besitzt. Jetzt offenbart sich uns der Sinn der Strategie des Arbitrageurs. Im Zeitpunkt $t = 2$ erhält er einen Steuervorteil i.H.v. 0,3988. Gleichzeitig zahlt er seine Schulden aus der risikolosen Geldanlage der Vorperiode von

$$0{,}36854 \cdot 1{,}05 \approx 0{,}386967.$$

Damit verbleibt ihm offensichtlich ein positiver Betrag i.H.v. mehr als 0,0118 zur freien Verfügung. Dieser Betrag verbleibt unabhängig davon, welcher zukünftige Zustand sich einstellt: er ist sicher. Das bedeutet: der Investor realisiert ohne eigene finanziellen Mittel einen sicheren Gewinn im Zeitpunkt $t = 2$. Das ist eine Arbitragegelegenheit, und wir können davon ausgehen, dass derartige Gelegenheiten an funktionierenden Kapitalmärkten nicht bestehen dürfen. Wir haben in unserer Rechnung offensichtlich einen Fehler gemacht, und dieser Fehler bestand in der Anwendung der Anpassungsgleichung von Miles und Ezzell.

IV. Fundamentalannahme und Binomialmodell

Wie bereits erwähnt ist für die Anwendung der Miles-Ezzell-Anpassung die Fundamentalannahme

$$(4.1)\quad E[CF_{t+1}|F_t] = (1+g_t)\, CF_t$$

notwendig. Diese Annahme behauptet, dass die Cash-flows einer bestimmten stochastischen Struktur folgen. Die diesbezüglichen Zusammenhänge konnten im Allgemeinen Fall erst kürzlich offen gelegt werden[12].

Was bedeutet die Gültigkeit der Fundamentalannahme im Rahmen des Binomialmodells? Dazu versetzen wir uns in den Zeitpunkt t und betrachten alle mögliche Umweltzustände (Knoten). Die rechte Seite der Gleichung (4.1) ist gleich einem Cash-flow in einem bestimmten Knoten, versehen mit einem deterministischen Faktor. Versuchen wir jetzt die linke Seite dieser Gleichung zu bestimmen.

Der Cash-flow des Zeitpunktes $t+1$ ergibt sich im Binomialmodell aus dem Cash-flow desselben Knotens durch zwei weitere mögliche Bewegungen: wir haben sie üblicherweise mit *up* und mit *down* gekennzeichnet. Da die Wachstumsfaktoren zeitlich nicht konstant sein sollen, werden wir die Faktoren u und d mit einem Zeitindex t versehen. Des Weiteren bezeichnen wir die Wahrscheinlichkeit einer up-Bewegung mit p, die Wahrscheinlichkeit der down-Bewegung ist demzufolge $1-p$. Der bedingte Erwartungswert zu diesem Zeitpunkt ist dann einfach

$$E[CF_{t+1}|F_t] = CF_t \cdot [(1+u_t)p + (1+d_t)(1-p)].$$

Ein Vergleich mit Gleichung (4.1) verdeutlicht nun den Sinn der Fundamentalannahme. Der Faktor g auf der rechten Seite soll deterministisch, also unabhängig vom aktuellen Knoten sein. Das bedeutet mit Blick auf unseren bedingten Erwartungswert, dass der Ausdruck

$$(4.2)\quad (1+u_t)p + (1+d_t)(1-p) = const_t\,.$$

zwar von der Zeit t, nicht aber vom aktuellen Konten abhängen darf[13]. Der Ausdruck muss daher deterministisch und keine Zufallsvariable sein. Die von mir in der kritisierten Arbeit genannte Bedingung

$$(1+u_t) = const_t\,(1+d_t)$$

ist in der Tat eine andere Forderung und demzufolge nicht der Fundamentalannahme logisch äquivalent.

V. Zusammenfassung

Aufgrund des in dieser Arbeit präsentierten Gegenbeispiels halte ich meine Aussage weiterhin aufrecht, dass die *Miles-Ezzell*-Anpassung unter den Annahmen von *Miles* und *Ezzell* nicht anwendbar ist und sogar zu Arbitragegelegenheiten führen kann. Mein früheres Gegenbeispiel ist für den Beweis dieser Aussage aber ungeeignet.

Für die Anwendung der Miles-Ezzell-Gleichung ist die Fundamentalannahme notwendig.

Im Rahmen eines Binomialmodells ist diese Fundamentalannahme der Bedingung (4.2) logisch äquivalent.

12) *Siehe Laitenberger/Löffler, a.a.O. (Fn. 8).*
13) *Im Rahmen eines Trinomialmodells kann dieser Zusammenhang entsprechend verallgemeinert werden.*

Finanzierungs-Report

Umfrage: Die „Deutschland AG" löst sich nur langsam auf

Die Beteiligungsportfolios, die in Deutschland insbesondere von Banken und Versicherungen gehalten werden, sind kaum zu durchschauen. Diese von internationalen Investoren ungeliebte „Deutschland AG" soll durch die seit Beginn dieses Jahres geltende Steuerbefreiung auf Beteiligungsverkäufe (§ 8b Abs. 2 KStG) nachhaltig aufgelöst werden. Wegen stark zurückgegange-